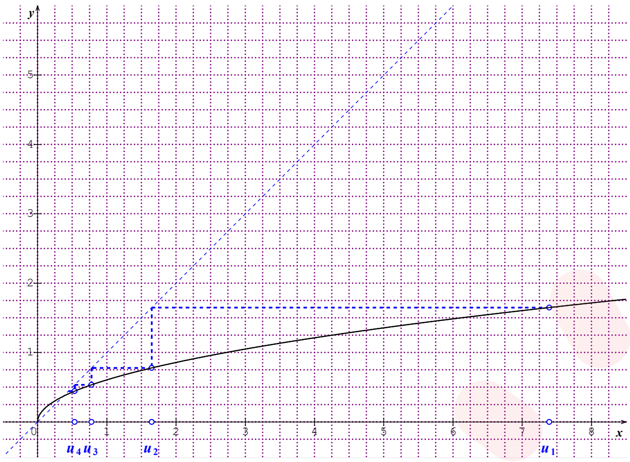
الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{x}$.



(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (الشكل المقابل) .

1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$

من البيان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$

لدينا كذلك : $f'(x)=\dfrac{e^{-\frac{1}{2}}}{2\sqrt{x}}$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)>0$ إذن f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_1=e^2$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) أنقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل(دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء .

أنظر الشكل المقابل .

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

لدينا من البيان $u_1>u_2>u_3>u_4$ ومنه (u_n) متناقصة تماما .

النقط M_1 ، M_2 ، M_3 و M_4 من المنحنى (C_f) ذات الفواصل u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 على الترتيب تتقارب نحو نقطة ثابتة A هي نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=x$ ومنه (u_n) متقاربة نحو فاصلة النقطة A .

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n>\dfrac{1}{e}$.

من أجل $n=1$ لدينا $u_1=e^2>\dfrac{1}{e}$ ومنه الخاصية صحيحة من أجل $n=1$

نفرض أن $u_n>\dfrac{1}{e}$ و نبرهن أن $u_{n+1}>\dfrac{1}{e}$

لاحظ أن : $u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}=\dfrac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}$

$u_n>\dfrac{1}{e}\Leftrightarrow\sqrt{u_n}>\sqrt{\dfrac{1}{e}}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}>\dfrac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{\dfrac{1}{e}}\Leftrightarrow u_{n+1}>\dfrac{1}{e}$ ومنه الخاصية صحيحة من أجل $n+1$

إذن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n>\dfrac{1}{e}$ ونستنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل .

4) أ) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

$$u_{n+1}-u_n=\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}-u_n=\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}\right)^2-u_n{}^2}{\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}+u_n}=\frac{u_n\left(\frac{1}{e}-u_n\right)}{\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n}+u_n}$$

بما أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n > \frac{1}{e}$ فإن $u_n > 0$ ومنه $\sqrt{u_n} > 0$ إذن $\frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{u_n} + u_n > 0$

كذلك من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\frac{1}{e} - u_n < 0$ ومنه $u_n\left(\frac{1}{e} - u_n\right) < 0$ إذن

$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما .

ب) برر تقارب المتتالية (u_n) ثم أوجد نهايتها .

بما أن (u_n) محدودة من الأسفل ومتناقصة تماما فهي متقاربة ، لإيجاد نهايتها نحل المعادلة $f(x) = x$

$f(x) = x \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{e}}\sqrt{x} = x \Leftrightarrow \frac{1}{e}x = x^2 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{e} - x\right) = 0$ ومنه $x = 0$ أو $x = \frac{1}{e}$ وبما أنه $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0$

فإن $x = \frac{1}{e}$ ومنه $\lim_{n \to +\infty} u_n = \frac{1}{e}$

5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

$$v_{n+1} = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_{n+1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln u_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\ln e^{-\frac{1}{2}} + \ln\sqrt{u_n}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln\sqrt{u_n}$$

ومنه $v_{n+1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln\sqrt{u_n} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}\right) = \frac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

حدها الأول : $v_1 = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_1} = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{e^2} = \frac{3}{2}$

ب) أكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

$$v_n = v_1 . q^{n-1} = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n} \Leftrightarrow \ln\sqrt{u_n} = v_n - \frac{1}{2} \Leftrightarrow u_n = \left(e^{v_n - \frac{1}{2}}\right)^2 = e^{2v_n - 1} = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$$

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \lim_{n \to +\infty} e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1} = \frac{1}{e} \quad \begin{cases} \lim_{n \to +\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 \\ -1 < \frac{1}{2} < 1 \end{cases}$$

6) أحسب بدلالة n المجموع التالي : $S_n = \frac{1}{1 + \ln u_1} + \frac{1}{1 + \ln u_2} + \ldots + \frac{1}{1 + \ln u_n}$.

لدينا $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$ ومنه $\forall n \in \mathbb{N}^*, 1 + \ln u_n = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{1 + \ln u_n} = \frac{2^n}{6}$

إذن : $S_n = \frac{1}{1 + \ln u_1} + \frac{1}{1 + \ln u_2} + \ldots + \frac{1}{1 + \ln u_n} = \frac{2^1}{6} + \frac{2^2}{6} + \ldots + \frac{2^n}{6} = \frac{1}{6}\left(2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n\right) = \frac{1}{6}.2\left(\frac{2^n - 1}{2 - 1}\right)$

ومنه $S_n = \frac{1}{3}\left(2^n - 1\right)$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) **أ)** أنشر العبارة $(n+2)(3n^2 - 6n + 16)$ مع $n \in \mathbb{N}$.

$$(n+2)(3n^2 - 6n + 16) = 3n^3 + 4n + 32$$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون العدد $3n^3+4n+32$ قابلا للقسمة على $n+2$.

بما أن $3n^3+4n+32=(n+2)k$ حيث $k=3n^2-6n+16$ و $k\in\mathbb{Z}$ فإن $n+2/3n^3+4n+32$

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3n^2-6n+16$ هو عدد طبيعي غير معدوم .

لدينا $\Delta=-156<0$ ومنه $\forall n\in\mathbb{N},3n^2-6n+16>0$ وبما أن $3n^2-6n+16\in\mathbb{Z}$ فإن $3n^2-6n+16$ عدد طبيعي غير معدوم .

3) أ) بين أنه من أجل كل الأعداد الطبيعية غير المعدومة α ، β و γ ، تكون المساواة التالية صحيحة :

$PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta\gamma-\alpha;\beta)$.

نضع $PGCD(\alpha;\beta)=d$ و $PGCD(\beta\gamma-\alpha;\beta)=d'$

لدينا $\begin{cases} d/\alpha \\ d/\beta \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} d/\alpha \\ d/\beta\gamma \end{cases}$ بالطرح نجد $d/\beta\gamma-\alpha$

$\begin{cases} d/\beta \\ d/\beta\gamma-\alpha \end{cases}$ ومنه d قاسم مشترك للعددين β و $\beta\gamma-\alpha$ ومنه فهو يقسم القاسم المشترك الأكبر لهما أي d/d'

من جهة أخرى لدينا : $\begin{cases} d'/\beta \\ d'/\beta\gamma-\alpha \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} d'/\beta\gamma \\ d'/\beta\gamma-\alpha \end{cases}$ بالطرح نجد : d'/α

$\begin{cases} d'/\beta \\ d'/\alpha \end{cases}$ ومنه d' قاسم مشترك للعددين β و α ومنه فهو يقسم القاسم المشترك الأكبر لهما أي d'/d

d/d' و d'/d إذن $d=d'$ أي $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta\gamma-\alpha;\beta)$

ب) استنتج أنه من أجل عدد طبيعي n ، $PGCD(3n^3+4n;n+2)=PGCD(32;n+2)$.

بوضع : $\alpha=3n^3+4n$ ، $\beta=n+2$ و $\gamma=3n^2-6n+16\in\mathbb{N}^*$ نجد :

$\beta\gamma-\alpha=(n+2)(3n^2-6n+16)-3n^3-4n=32$

ومنه حسب ما سبق : $PGCD(3n^3+4n;n+2)=PGCD(32;n+2)$

4) أ) عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 32 .

$\{1;2;4;8;16;32\}$

ب) استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $A=\dfrac{3n^3+4n}{n+2}$ طبيعيا .

لدينا من أجل عدد طبيعي n ، $3n^3+4n$ و $n+2$ عددان طبيعيان مع $n+2\neq 0$

حتى يكون العدد $A=\dfrac{3n^3+4n}{n+2}$ يكفي : $n+2/3n^3+4n$ ومنه $PGCD(3n^3+4n;n+2)=n+2$

معناه كذلك : $PGCD(32;n+2)=n+2$ ومنه $n+2/32$ أي $n+2\in D_{32}^{+}$

$n+2$	1	2	4	8	16	32
n	-1 مرفوض	0	2	6	14	30

ومنه $n\in\{0;2;6;14;30\}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحوي كيس على خمس كرات حمراء و ثلاث كرات بيضاء ، كل الكرات متماثلة ولا نميز بينها باللمس .

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد .

1) أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

A " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون" ، B " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

$$P(A)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_8^3}=\frac{11}{56}$$

$$P(B)=\frac{C_3^1\times C_5^2+C_3^2\times C_5^1+C_3^3}{C_8^3}=\frac{23}{28}$$

2) ننزع من الكيس الكرات البيضاء ونضع مكانها n كرة سوداء حيث $n\geq 2$ ، ثم يسحب لاعب كرتين على التوالي دون إرجاع الكرة المسحوبة الأولى .

إذا سحب اللاعب كرة سوداء يتحصل على 5 نقاط وإذا سحب كرة حمراء يخسر 10 نقاط . وليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع النقاط المحصل عليها .

أ) عرف قانون الاحتمال لـ X ، ثم بين أن أمله الرياضياتي هو $E(X)=\dfrac{10n^2-60n-400}{(n+4)(n+5)}$.

تعيين القيم الممكنة لـ X :

كرتين حمراوين فإنه يخسر 20 نقطة وإذا سحب كرة حمراء وكرة سوداء فإنه يخسر 5 نقاط أما إذا سحب كرتين سوداوين فإنه يربح 10 نقاط ، ومنه $X\in\{-20;-5;10\}$.

عدد الكرات الإجمالي في الكيس هو $n+5$ ومنه عدد الحالات الممكنة للسحب هو A_{n+5}^2

$$P(X=-20)=\frac{A_5^2}{A_{n+5}^2}=\frac{\dfrac{5!}{2!}}{\dfrac{(n+5)!}{(n+3)!}}=\frac{20(n+3)!}{(n+5)!}=\frac{20(n+3)!}{(n+5)(n+4)(n+3)!}=\frac{20}{(n+5)(n+4)}$$

$$P(X=-5)=\frac{\Gamma_2^{1,1}\times A_5^1\times A_n^1}{A_{n+5}^2}=\frac{2\times\dfrac{5!}{4!}\times\dfrac{n!}{(n-1)!}}{\dfrac{(n+5)!}{(n+3)!}}=\frac{10n}{(n+5)(n+4)}$$

$$P(X=10)=\frac{A_n^2}{A_{n+5}^2}=\frac{\dfrac{n!}{(n-2)!}}{\dfrac{(n+5)!}{(n+4)!}}=\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$$

$X=X_i$	-20	-5	10
$P(X=X_i)$	$\frac{20}{(n+5)(n+4)}$	$\frac{10n}{(n+5)(n+4)}$	$\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$

ومنه :
$$\begin{cases} E(X)=(-20)\frac{20}{(n+5)(n+4)}+(-5)\frac{10n}{(n+5)(n+4)}+10\times\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)} \\ =\frac{-400-50n+10n(n-1)}{(n+5)(n+4)}=\frac{10n^2-60n-400}{(n+4)(n+5)} \end{cases}$$

ب) ما هو أصغر عدد ممكن للكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة .

حتى تكون اللعبة مربحة يكفي : $E(X)>0$

$E(X)>0 \Leftrightarrow \frac{10n^2-60n-400}{(n+4)(n+5)}>0 \Rightarrow 10n^2-60n-400>0$ لأن $(n+4)(n+5)>0$

يكفي حل المتراجحة $10x^2-60x-400>0$ نجد $x\in]-\infty;-4[\cup]10;+\infty[$

وبما أن $n\in\mathbb{N}$ فإن $n>10$ ومنه أصغر عدد ممكن للكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة هو 11 .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2-2\ln x$.

1) أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

$$\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)=+\infty \quad \begin{cases} \lim_{x\overset{>}{\to}0} \ln x=-\infty \\ \lim_{x\overset{>}{\to}0} x^2+2=2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} x\left(x+\frac{2}{x}-2\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty \quad \begin{cases} \lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0 \\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0 \end{cases}$$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

$g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x}$ وإشارتها من إشارة x^2-1 لأن $x\in]0;+\infty[$.

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		-		+	

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;1[$ ومتزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$.

جدول التغيرات :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$g(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

3) حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى هي 3 ومنه : $\forall x\in]0;+\infty[,g(x)\geq 3$ ومنه $\forall x\in]0;+\infty[,g(x)>0$

x	0	$+\infty$
$g(x)$	|| $+$	

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+e-\dfrac{2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} -x+e-\frac{2}{x}.\ln x=+\infty \quad \begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{2}{x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\ln x=-\infty\end{cases}$$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مطابقا لحامل محور التراتيب بجوار $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$.

$$f'(x)=-1-\left(\frac{\frac{2}{x}\times x-2\ln x}{x^2}\right)=\frac{-x^2-2+2\ln x}{x^2}=\frac{-g(x)}{x^2}$$

3) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$ لأنه $\forall x\in]0;+\infty[,x^2>0$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	-

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

جدول التغيرات :

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	-
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

4) أ) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+e)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{2\ln x}{x}=0$ ومنه (Δ) الذي معادلته $y=-x+e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

يكفي دراسة إشارة الفرق $f(x)-(-x+e)$ أي $-\dfrac{2\ln x}{x}$

إشارة $-\dfrac{2\ln x}{x}$ من إشارة $-2\ln x$ لأن $x>0$

x	0	1	$+\infty$
$-2\ln x$	+	0	-
الوضعية النسبية	(C_f) **فوق** (Δ)	**تقاطع**	(C_f) **تحت** (Δ)

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، ثم جد معادلة له .

يكفي حل المعادلة $f'(x)=-1$

$f'(x)=-1 \Leftrightarrow \dfrac{-x^2-2+2\ln x}{x^2}=-1$ نجد $-2+2\ln x=0$ ومنه $x=e$

ومنه (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي المستقيم (Δ) حيث : $(T): y=f'(e)(x-e)+f(e)$

ومنه $(T): y=-x+e-\frac{2}{e}$

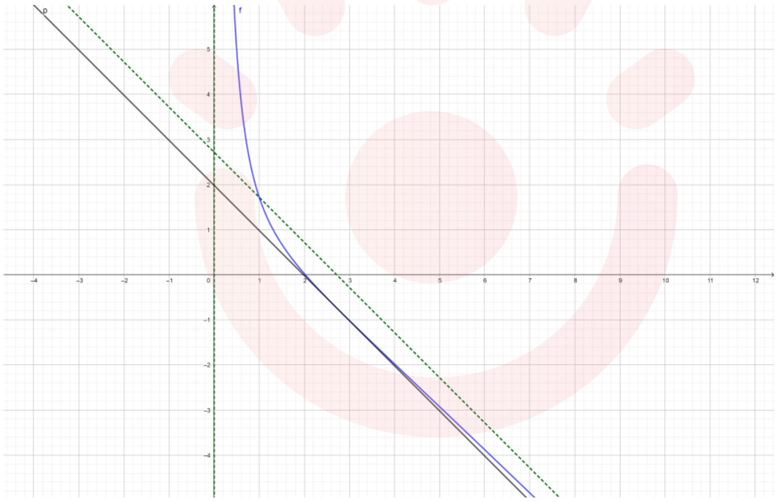
6) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2<\alpha<2,1$.

يكفي أن نبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2<\alpha<2,1$

الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ وبالأخص على المجال $]2;2,1[$ ولدينا :

$f(2)\times f(2,1)\approx 0,025\times(-0,08)<0$ ، إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2<\alpha<2,1$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2<\alpha<2,1$.

7) أرسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .



8) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $x(e-m)=\ln(x^2)$.

المعادلة معرفة من أجل $x\neq 0$ ولدينا :

$$x(e-m)=\ln(x^2)\Leftrightarrow e-m=\frac{2\ln|x|}{x}\Leftrightarrow m-e=-\frac{2\ln|x|}{x}\Leftrightarrow -x+e+m-e=-x+e-\frac{2\ln|x|}{x}$$
$$\Leftrightarrow h(x)=-x+m$$

حيث h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x)=-x+e-\frac{2\ln|x|}{x}$

من أجل $x>0$: $h(x)=-x+e-\frac{2\ln x}{x}=f(x)$

ولدينا $h(x)+h(-x)=-x+e-\frac{2\ln|x|}{x}+x+e+\frac{2\ln|-x|}{x}=2e$ لأن $|-x|=|x|$ ومنه منحنى الدالة h متناظر بالنسبة إلى النقطة $\omega(0;e)$ ويطابق (C_f) من أجل $x>0$.

المناقشة مناقشة بيانية وسيطية مائلة وتؤول إلى دراسة عدد نقط تقاطع منحنى الدالة h مع المستقيم $(d_m): y=-x+m$ والذي يوازي كلا من (Δ) ، (T) و (T') حيث $(T'): y=-x+e+\frac{2}{e}$ نظير (T) بالنسبة إلى النقطة ω ومنه :

من أجل $m \in \left]-\infty; e-\frac{2}{e}\right[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

من أجل $m = e-\frac{2}{e}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا

من أجل $m \in \left]e-\frac{2}{e}; e\right[$ المعادلة تقبل 3 حلول

من أجل $m=e$ المعادلة تقبل حلين متمايزين

من أجل $m \in \left]e; e+\frac{2}{e}\right[$ المعادلة تقبل 3 حلول

من أجل $m = e+\frac{2}{e}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا وحلا بسيطا

من أجل $m \in \left]e+\frac{2}{e}; +\infty\right[$ المعادلة تقبل حلا وحيد